

前震を事前識別する統計モデルと その予測評価法

統計数理研究所 尾 形 良 彦
統計数理研究所 (外来研究員) 宇 津 徳 治

(受付 1998 年 3 月 23 日; 改訂 1998 年 9 月 21 日)

要 旨

ある所で地震活動が始まる。それは段違いに大きな地震の前震かもしれないし、ほぼ同規模の地震が続く群発型地震かもしれない。しかし中でも、先頭が最大の地震である本震・余震型が 7~8 割を占め最も多い。もし、これらのなかで前震型であることが、なんらかの情報で高い確率で予測できるならば防災上の価値は高い。本稿では、活動中の地震群(複数の地震)の時間・空間的集中度とマグニチュード列の増減パターンに関する効果的な識別情報に基づいて、この条件付き確率をリアルタイムで予測する統計モデルを構成した。前震型の平均頻度は 6~7% であるが、このモデルによる予測確率の変動は 0~30% 程度である。この確率予測の有効性は二項確率試行の AIC の比較や分割表の AIC 比較によって示すことができた。これとは別に、最初の地震が起きた時点でも、この地震が前震である確率の地域性(震央位置の関数)をベイズ型平滑法によって推定できる。この場合の前震型の平均頻度は 4% 弱であるが、平滑化された地域性による条件付き確率の変動は 1~10% である。さらに、これらの 2 つの確率予測(条件付き確率)を複合予測公式によって組み合わせれば更に有効な確率予測になっていることが確かめられた。

キーワード：マグニチュード差，震央間距離，ロジットモデル，地震発生時刻差，確率予測，複合予測公式。

1. はじめに

ある所で地震活動が始まる。それは段違いに大きな地震の前震かもしれないし、ほぼ同規模の地震が続く群発型地震かもしれない。単なる本震・余震型の場合も多い。これらのいずれの型であるかはその地震活動が終息してからでないと決定的には分からないが、活動中にどの程度の統計的な識別ができるのであろうか。

この研究の目標は、あるところに地震が起きた時点で、即座にその発生時刻・位置・マグニチュード列のパターンに関する情報を使うことによって、群れの型(特に前震型)を有効に予測するような条件付き確率の統計モデルを見いだすことである。以下は主に Ogata et al. (1995, 1996) に基づいた解説文である。参考文献など詳しくはこれらの論文を参照されたい。

2. データ

気象庁震源カタログに載っている, 期間 1926~1993 年, 日本周辺領域 $128^{\circ}\sim 148^{\circ}\text{E}$, $30^{\circ}\sim 46^{\circ}\text{N}$ 内で深さ 100 km より浅い $M4$ 以上の全ての地震に基づいて, 前震型クラスタを識別する統計的性質を調べてみた。まず客観的な規準で地震の群れ (cluster) を同定する必要がある。群れを同定することは, 地震活動の静穏化を探すときに良く使われる, 除群カタログを作成することと表裏一体である。除群法は大きく分けて, ウィンドー法やリンク法など, 出版されている論文だけでも少なくとも 22 通りもの異なったアルゴリズムがある。ここでは全く非類似の 2 つの除群アルゴリズムを考える。それは, 結果が除群法によって変わることがないか, その安定性をチェックするためである。

3. 地震の群れとその分類

第一に, マグニチュードに基づく除群法 (Utsu (1969); 以下「MBC 法」と呼ぶ) を説明する。これは先ずカタログ中の最大マグニチュードを持つ地震 (同じ最大地震がある場合には時間が先行する方) を選びこれを「本震」と呼び, そのマグニチュードに見合ってから後述するような規準で時空間ウィンドーを定め, その範囲内の地震がこの本震の群れのメンバーであり, これらを本震と一緒にカタログから取り除く。次にカタログ中の残りの地震のなかの最大地震を選び出して同様の手順を繰り返すのである。ウィンドーの時間範囲は, 本震後は余震の減衰を考慮して $\max(100, 10^{0.5M-1})$ 日 (たとえば $M=4\sim 6$ で 100 日, $M=8$ で 1000 日) で, 本震前はマグニチュードに関係なく 30 日とする。ウィンドーの空間範囲は, 正方形領域とし一辺の距離が $2 \times (0.015 \times 10^{0.5M-2} + 0.3)$ 度 (たとえば $M=4$ で約 70 km, $M=8$ で約 400 km) である。ここに $+0.3$ 度は気象庁カタログの初期の海域における地震の震央の決定誤差を考慮にいたしたものである。

第二の除群法は Single-Link Clustering 法 (Frohlich and Davis (1990); 以下「SLC 法」と呼ぶ) である。これは先ず時空間上の地震間の距離を $d_{ST} = \sqrt{r^2 + c^2 \tau^2}$ の様に定義する。ここで r は震央間の距離, τ は発生の時間差である。また係数 c は, 経験的に 0.01 度/日 (約 1 km/日, たとえば 0.3° が 30 日に対応) と決められた。この距離で $d_{ST} \leq 0.3^{\circ}$ の地震同士が, 深さの差が 70 km 以内なら, 互いにリンクされる。リンクされたもの同士が群れを構成する。

MBC 法と SLC 法は相補的といえる。MBC 法は本震のマグニチュードによって群れを構成するのにたいして, SLC 法はマグニチュードを使わず距離による近さで構成し, 然る後に群れの中の最大地震を本震として定める。MBC 法は地震統計の経験則に沿って決められているが, その短所は本震が起きるまで (すなわち群れとなるべき活動が終了するまで) 群れが決められないことであり, 現在進行中の地震活動を予測するのに支障があることである。これに対して SLC 法は距離だけに基づいており, 現在までの時点での群れを決めることができる。

さて, 本稿では, 群れの中で最大の地震 (同じ最大地震がある場合には時間が先行する方) を「本震」と呼ぶ。本震より先に発生した群れのメンバーを「先行地震」と呼び, 群れの中に先行地震がないときその群れは「本震・余震型」とであると言う。先行地震の最大マグニチュードと本震のマグニチュードが 0.5 以上のギャップがあるとき先行地震は「前震」とであると言う。 0.4 以内であるとき群れは「群発型地震」とであると呼ぶ。Table 1 は MBC 法, SLC 法によって作成した群れをこの様にして分類したときのそれぞれの群れの数と群れのメンバーの数を与えている。ただし, 予測の目的のために, 前震型の群れのメンバー数は本震と余震を除いた数として与えられているが, その他の型の群れのメンバー数は全ての数である。前震の場合は群れが最後まで終わらなくても本震を認識し易いのと比べて, 他のタイプの群れは終わってみなければ

Table 1. 地震の群れ, 前震型の群れおよび孤立地震の数. “#c”は群れの中の本震を含むメンバー地震数. “#cluster”および“#f”はそれぞれ群れの中に#c以上のメンバーを含む全てのタイプの群れの総数と前震型群れの数.

MBC								
#c	1926~1993			1926~1975			1976~1993	
	#cluster	#f	rate %	#cluster	#f	rate %	#cluster	#f rate %
≥1	7348	530	(7.2±0.3)	4834	332	(6.9±0.4)	2514	198 (7.9±0.5)
≥2	2205	137	(6.2±0.5)	1406	87	(6.2±0.6)	799	50 (6.3±0.9)
≥3	951	63	(6.6±0.8)	606	37	(6.1±1.0)	345	26 (7.5±1.4)
≥4	495	32	(6.5±1.1)	317	20	(6.3±1.4)	178	12 (6.7±1.9)
≥5	296	19	(6.4±1.4)	193	8	(4.1±1.4)	103	11 (10.7±3.0)
≥6	185	13	(7.0±1.9)	120	7	(5.8±2.1)	65	6 (9.2±3.6)
≥7	148	11	(7.4±2.2)	99	6	(6.1±2.4)	49	5 (10.2±4.8)
≥8	113	11	(9.7±2.8)	79	6	(7.6±3.0)	34	5 (14.7±6.1)
≥9	92	9	(9.8±3.1)	63	4	(6.3±3.1)	29	5 (17.2±7.0)
≥10	79	9	(11.4±3.6)	52	4	(7.7±3.7)	27	5 (18.5±7.5)

SLC								
#c	1926~1993			1926~1975			1976~1993	
	#cluster	#f	rate %	#cluster	#f	rate %	#cluster	#f rate %
≥1	12728	467	(3.7±0.2)	8550	306	(3.6±0.2)	4178	161 (3.9±0.3)
≥2	1916	125	(6.5±0.6)	1241	76	(6.1±0.7)	675	49 (7.2±1.0)
≥3	715	57	(8.0±1.0)	468	32	(6.8±1.1)	247	25 (10.1±1.9)
≥4	378	33	(8.7±1.5)	258	20	(7.8±1.8)	120	13 (10.8±2.8)
≥5	242	18	(7.4±1.7)	162	8	(4.9±1.7)	80	10 (12.5±3.7)
≥6	177	12	(6.8±1.9)	120	6	(5.0±2.0)	57	6 (10.5±4.1)
≥7	127	10	(7.9±2.4)	87	5	(5.7±2.5)	40	5 (12.5±5.3)
≥8	102	8	(7.8±2.6)	68	3	(4.4±2.5)	34	5 (14.7±6.1)
≥9	87	8	(9.2±3.1)	55	3	(5.5±3.1)	32	5 (15.6±6.4)
≥10	78	8	(10.3±3.4)	50	3	(6.0±3.4)	28	5 (17.8±7.2)

は本震の認識が易しくないからである. この表には第一行に群れでない孤立地震(本震のみでメンバー数が1)も含まれている. Table 1によると孤立地震でない群れは約2000組あるが, その大多数が $M \geq 4$ では数個のメンバー地震しか無い. 群れ全体の中で複数の前震を持つ群れの数は6%強, この表には与えられていないが群発型地震群はその数倍で残りは本震・余震型の群れで全体の70~80%を占める.

4. 本震に至る先行地震の時空間パターン

このようにして分類された群れデータに対して, 先ず本震の発生時刻と震央の位置を群れの基準点として, 先行地震の時間および空間のパターンの統計的特性を調べることから始めた. 本震が時空間座標の原点になるように先行地震を平行移動し重ね合わせると次のような統計的規則性が見られた. 本震の時刻から過去へ遡ると先行地震の発生頻度は改良大森公式に従って減衰する (Fig. 1 参照). 一方, 空間的には本震からの距離に関して単位面積当たりの発生頻度が逆べきの減衰を示す (Fig. 2 参照).

そこで, MBC データに対して本震時刻から遡る逆時間 t についての重ね合わせの発生系列に改良大森型強度関数 (宇津 (1957), Ogata (1983))

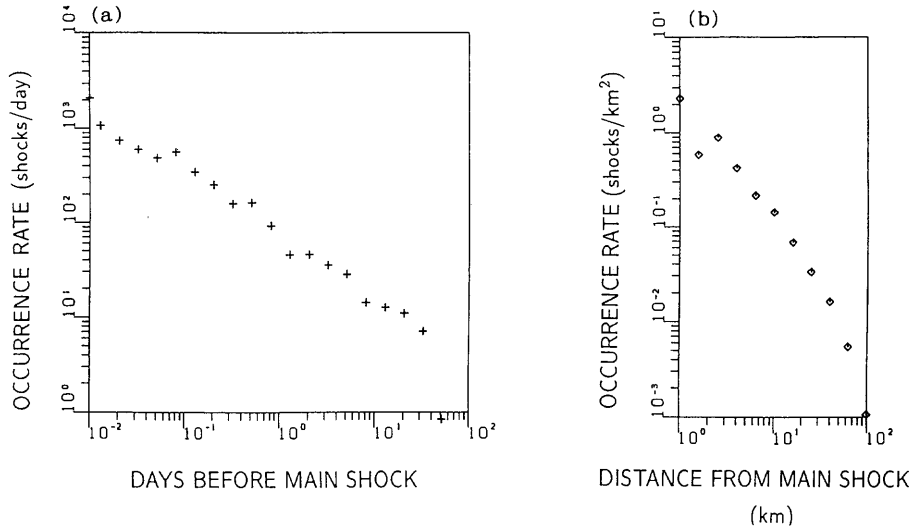


Fig. 1. (a) 本震を基準として重ね合わせた先行地震の頻度の時間的変化 (本文参照), (b) 本震を基準として重ね合わせた単位面積当たりの先行地震の頻度の本震からの距離に関する減衰.

$$\lambda(t) = \mu + \frac{K}{(t+c)^p}, \quad 0 \leq t \leq 30 \text{ days}$$

を最尤法で当てはめると, 推定値として $\hat{\mu} = 16.26$, $\hat{K} = 73.26$, $\hat{c} = 0.1010$ 日, そして $\hat{p} = 1.120$ が得られた. AIC 比較によると $\mu > 0$ は有意で, これは MBC の群れの先行地震が時間的に背景雑音も含んでいることを意味する. 次に, MBC データについて本震の震央位置が原点となるよう群れの先行地震を平行移動し重ね合わせをした空間点配置に対して, 震央からの距離 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ についての逆べき型発生強度関数

$$\nu(r) = \mu + Kr^{-q}, \quad 1 \leq r \leq 35 \text{ km},$$

を最尤法で当てはめると, 推定値として $\hat{\mu} = 0.00$, $\hat{K} = 3.50$ そして $\hat{q} = 1.32$ であった. AIC 比較によると $\hat{\mu} = 0$ が有意で, 空間的には背景雑音が一様でないことを意味する.

以上は, 先行地震の本震に至る時間的増加則と本震の位置からの距離についての減衰則をそれぞれ別々に見たものであるが, 時空間の同時分布としてはどうなるか調べてみた. 本震を時空間座標の原点に置いたときの先行地震の点配置を重ね合わせたときの発生強度

$$\gamma(t, r) dt dr = \text{Prob} \{ \text{an event in } [t, t+dt] \times [r, r+dr] \}$$

を考える. これから時間のみの発生強度は $\lambda(t) = \int \gamma(t, r) 2\pi r dr$, 空間のみの発生強度は $\nu(r) = \int \gamma(t, r) dt$ とする関係が得られるが, 我々の興味的是 $\gamma(t, r) = \lambda(t) \cdot \nu(r)$ が成立するか否かである. そして, もし否であるなら時空間発生パターンはどのような相関を示すのだろうか? これを調べるために先に得られた最尤推定値に基づいて時間変換

$$\tau(t) = \int_0^t \lambda(u) du = \hat{\mu}t + \hat{K}(t + \hat{c})^{1-\hat{p}} / (1 - \hat{p})$$

と距離 (空間) 変換

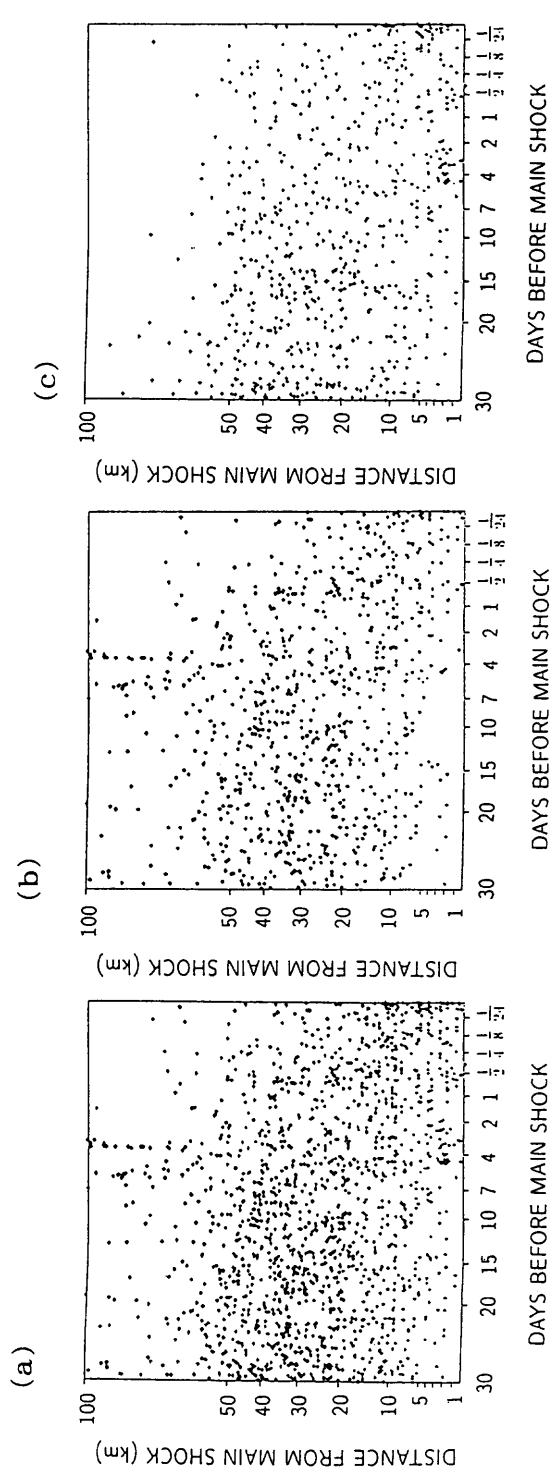


Fig. 2. 先行地震の時空間的重ね合わせ図. 右下隅が本震の位置, 時間軸, 区間軸はそれぞれ推定された改良大森公式と距離に関する逆べき法則に関して非線形的にスケールリングされている. (a) 全先行地震, (b) 前震, (c) 群発型先行地震.

$$\rho(r) = \int_1^r \nu(s) 2\pi s ds \propto r^{2-\bar{q}}$$

を使って本震までの時間 t_i および本震からの距離 r_i を変換した。その結果得られた点配置のプロット $(\tau(t_i), \rho(r_i))$ を Fig. 2 に示す。もし $\gamma(t, r) = \lambda(t) \cdot \nu(r)$ が成立しているなら、これは矩形領域 $[0, \tau(30)] \times [\rho(1), \rho(35)]$ で一様ランダムに分布しているはずであるが、実際は空間的なドーナツ型パタンが時間経過とともに縮まって本震に向かって収束する様相を呈している。しかも、先行地震を前震と群発型先行地震のものに分けて比べて見ると、前震の相対的ドーナツ型パタンの収束現象は明瞭なのに、群発型先行地震の場合には明瞭でない。

この様に、群発型と前震型では重ね合わせの時空間分布が微妙に違うので、全先行地震の中にそれらの占める割合の時間的および空間的变化を推定したところ、前震の全先行地震に対する割合は時間的には本震前 0.5 日前後が最大であるような凸型になっており、距離的には約 25 km 以内では本震の位置に近づくにしたがって単調に減少していることが分かった。

5. 群れの中の最初の数個の地震間の統計的性質

しかし、本研究の目指すところでは本震そのものが予測される立場なので、本震を基準にした重ね合わせの性質は予測には適さない。これに対して、すべての地震の発生時刻を時間軸の原点に据えて、後に続く地震の時点を重ね合わせることによって推定される「Palm 型条件付き強度関数」は群れのメンバーの任意の地震同士の性質を示すものであり点過程の二次モーメントに関係している (e.g., Ogata and Katsura (1991))。そこで以下この関数の推定をしてみた。同様の強度関数を震央間の距離やマグニチュードの増減列の重ね合わせによって調べてみた。Table 1 から分かるように、本質的に最初の数個までの重ね合わせによって大勢の統計的性質が決まる。従って大きな群れであってもこの研究では最初の高々 10 個の地震までしか考慮しない。

Fig. 3(a) は群れの中の地震間の全ての発生時間差をそれぞれのタイプの群れについて集めて、時間差の大きいものから順番づけた累積関数を対数スケールで表わしたものである。三本の累積関数は上から順に本震余震型の群れ、群発型、そして前震型 (先行地震のみ) である。三本のいずれも原点付近で上に競り上がっているのは集中性を示しているが、とくに前震型の場合が際立っていることが分かる。

Fig. 3(b) は群れの中の地震の全ての震央間距離をそれぞれのタイプの群れについて集めて、距離の大きいものから順番づけた累積関数を対数スケールで表わしたものである。これらの累積関数が直線的であるというのは、平面上の一様ランダムパタン (2 次元ポアソン過程, e.g., Stoyan and Stoyan (1994), 13 章) に比べて、集中型であることを示しているが、前震型の場合が 20 km を境に一層集中していることが分かる。

最後に、群れの中の後に発生した地震から先の地震のマグニチュードを差し引いたものを集めて、マグニチュード差を正負別に分けて、それぞれ絶対値が大きい順から順番づけた累積関数を対数スケールで表わしたものが Fig. 3(c) である。本震余震型のこの累積関数は非対称的であり、負 (マグニチュード減少) の場合が正 (増加) の場合の数倍多い。これは本震余震型の群れの先頭がいつも本震であるためである。これに対して群発型、前震は概ね対称であり、負の部分と比較した場合に正の部分の総数の割合が最も大きいのは前震型である。

図は省略するが、もっと詳しく調べると、群れの大勢を占める本震余震型も含めた全ての地震群の中で、前震型の占める相対頻度には次のような特徴がある。(1) 発震時刻の差としては短い時間差に集中しているが、時間差が数時間のところでピークがある。(2) 地震同士の距離

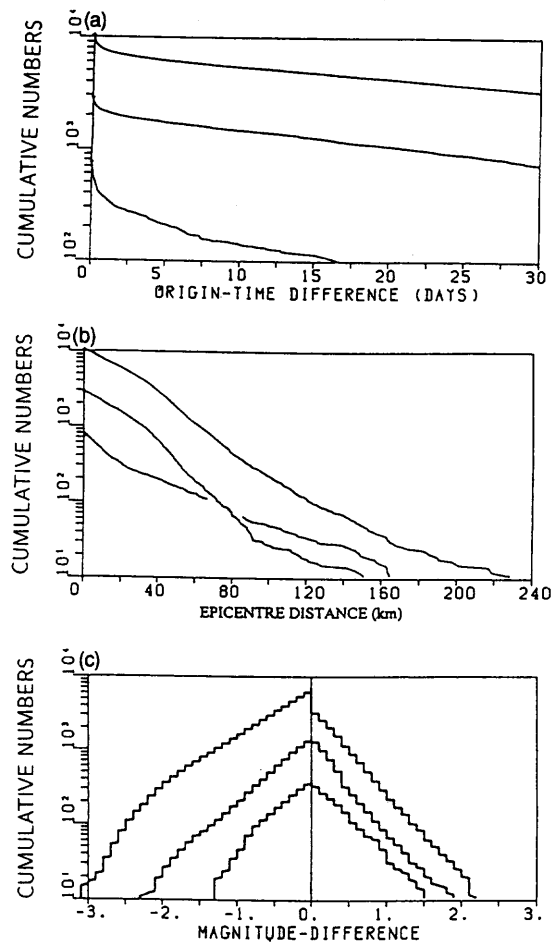


Fig. 3. 群れの中の地震間の各種統計量の累積関数。(a) 発生時間差, (b) 震源間距離, (c) マグニチュード差。詳細は本文参照。各ダイアグラムでの累積曲線は上から順に、本震-余震型群れ、群発型群れ、そして前震型群れ。

についても小さいところでの相対頻度が高いが、地震間距離が10キロメートル前後でピークがある。(3) マグニチュード差が正のとき、すなわちマグニチュードが時間経過とともに増えて、それが大きいほど前震である相対頻度が大きい。

ここで得られた結果はSLC法によるデータでも安定して見ることが出来る。国立大学によって編集された微小地震カタログのデータ ($M \geq 2$) や国際地震センター (ISC) の M5 以上の世界の地震についても同様の性質が確認された。

6. Logistic モデルによる前震の確率予測の試み

この節ではこれまで得られた群れの性質を考慮し適切な統計モデルを構成することによって、M4 以上の地震が続発した時、これらが前震である確率を予測することを目的とする。言い換えると、これまでの最大マグニチュードより 0.5 以上大きな地震が今後群れの中に発生する

確率を予測するのである。もっとも、それまでの地震のマグニチュードの最大値より 0.5 以上大きな地震が起きたからといっても、それが必ずしも本震であるとは限らないが、そのような確率は大変小さい。

Table 1 によれば MBC も SLC も前震型である平均的な頻度は 6% 強であるが、我々の知り

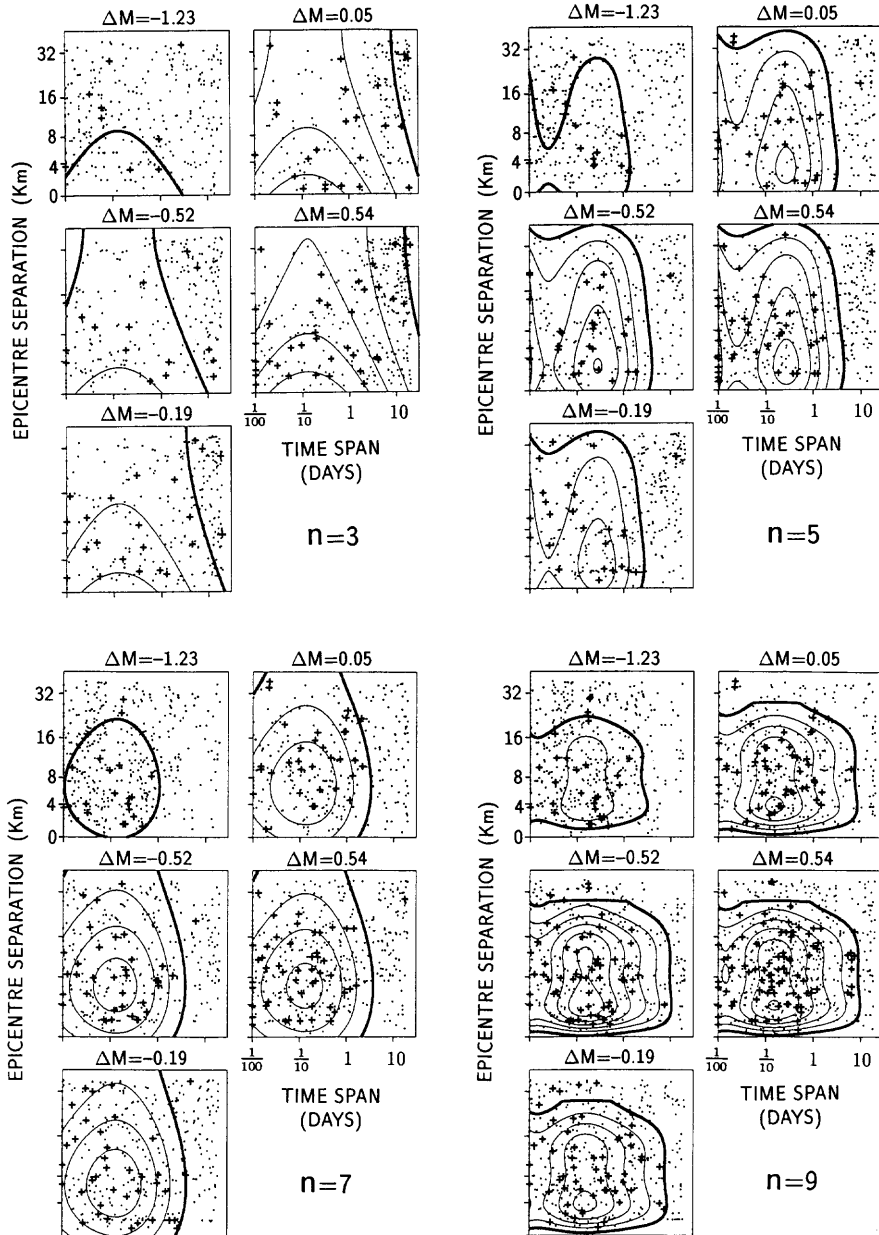


Fig. 4. 群れの中の地震間の各種統計量を単位立方体中に変換した点配置 (+ は前震型, $\cdot$ はその他の型の群れ). n は統計をとった群れの中の最初から数えた地震の数で, 奇数 ($n = 3, 5, 7, 9$) のみ図に示めた. 等高線は全ての型の群れの統計量の中に占める前震型の統計量の割合. 太い等高線は 5% で, 他の細い等高線は 5% 間隔で引かれている.

たいのは時間・空間・マグニチュードの情報が与えられたときの条件つき確率である。そのために地震間の時間差・距離・マグニチュード差 (t, r, g) の同時分布を異なる群れのタイプについて比較したい。このために Fig. 3(a)-(c) の本震・余震型の累積曲線に近似的に合うような関数を与え、これを使って (t, r, g) のデータそれぞれに次のような変換を施し、単位立方体の中の変数 $(\tau, \rho, \gamma) \in [0, 1]^3$ に規格化する。すなわち

・時間差 $t_{\text{days}} \mapsto \tau \in [0, 1]$;

$$\tau = \begin{cases} 0 & \text{if } -\infty < t < 0.01 \\ \log 100t / \log 3000 & \text{if } 0.01 \leq t \leq 30 \\ 1 & \text{if } 30 < t < \infty \end{cases}$$

・震央間距離 $r_{\text{km}} \mapsto \rho \in [0, 1]$;

$$\rho = 1 - \exp\{-r/20\}$$

・マグニチュード差 $g \mapsto \gamma \in [0, 1]$;

$$\gamma = \begin{cases} (2/3) \exp\{g/0.65\} & \text{if } g < 0 \\ 2/3 + [1 - \exp\{-g/0.45\}]/3 & \text{if } g \geq 0 \end{cases}$$

これは大多数を占める本震・余震型のデータの点パターンが単位立方体中で一様に分布するようにする一方、前震型のデータの点パターン分布との違いを際立たせ有効な統計的識別をするためである。実際 Fig. 4 は単位立方体中に変換された $\{(\tau_i, \rho_i, \gamma_i) \in [0, 1]^3; i = 1, \dots, N\}$ (・印) とその中に占める前震タイプ (+印) の座標とその割合を各切断面上で確率 5% ごとの等高線で示したものである。前節でまとめた特徴がそのまま出ていることが分かる。前震型の点パターンの平均密度は約 6.5% であるが、時間差・空間距離・マグニチュード差の座標によっては密度が 0% から約 30% まで変化していることが分かる。もちろん前震である確率が大きくなるパターンは大変気になるが、確率が大変低くなるような場合も安心情報として注目に値する。

現在進行中の数個の地震の群れが与えられたとき、この時空間マグニチュードのパターンによって、これが前震である確率を予測するために次のような **logit** モデル (付録 A2 参照) を考える。

$$p_c(\theta) = \Pr\{\text{群れ } c \text{ が前震タイプ} \mid \text{群れの時・空間・マグニチュードの配置}\} \\ = \frac{1}{1 + \exp\{\mu_\theta(c)\}}$$

ここで $\mu_\theta(c)$ は群れ c 中の地震間の、変換された時間差 τ_{ij} 距離 ρ_{ij} マグニチュード差 γ_{ij} の 3 変量の多項式 $f_\theta(\tau, \rho, \gamma)$ による値を次のように平均化したものである。

$$\mu_\theta(c) := \mu_0 + \mathcal{M}_c f_\theta := \mu_0 + \frac{2}{\#c(\#c + 1)} \sum_{i < j}^{i \leq j} f_\theta(\tau_{ij}^c, \rho_{ij}^c, \gamma_{ij}^c)$$

ただし、 $\#c$ は群れ c 中の地震数である。もし、時間差、距離、マグニチュード差が互いに確率的に独立な場合には、付録 A.2 で議論していることによって、3 変量の多項式は 1 変量多項式 $f_{\theta_1}, f_{\theta_2}, f_{\theta_3}$ の単純和

$$f_\theta(\tau, \rho, \gamma) = \mu_0 + f_{\theta_1}(\tau) + f_{\theta_2}(\rho) + f_{\theta_3}(\gamma) = \mu_0 + \sum_{l=0}^L b_l \tau^l + \sum_{m=0}^M c_m \rho^m + \sum_{n=0}^N d_n \gamma^n$$

で書けることが分かる。今回のデータに基づく AIC によるモデル比較では、交互作用のある一般的多変量多項式よりも、この単純な形が選ばれた。ただし $p_c(\theta)$ に関する二項確率分布モデル

の尤度は

$$L(\theta) = \prod_{c \in C} p_c(\theta)^{\eta_c} (1 - p_c(\theta))^{1 - \eta_c},$$

対数尤度は

$$\log L(\theta) = \sum_{c \in C} \{ \eta_c \log p_c(\theta) + (1 - \eta_c) \log (1 - p_c(\theta)) \},$$

であり、これによって最尤推定値や AIC の計算をした。Table 1 の MBC データに対して $L = M = N$ として次数を変えて調べたところ、最小 AIC モデルの次数は高々 3 次で、その最尤推定値は Table 2 に示すものである。

ここで 1926~1975 の部分カタログのデータに関しても推定を行った。これは、この部分で推定したモデルを使って後半 1976~1993 のデータで実際に予測を行って、その性能と実用性を調べてみたいからである。実際には、一つの群れ c についても時間経過とともに新たな地震が発生して、予測時点までの地震数 $n = 2, \dots, \#c$ が次々と増えると確率予測 $p_{c|n}$ が変動することに注意する。われわれは各 n 毎での評価も行ったが、数が多くなるので以下の議論では平均値 $\bar{p}_{c|\#c} = (1/\#c) \sum_{j=1}^{\#c} p_{c|j}$ に対してのみ評価することにする。前半および後半の期間とも MBC の群れを使った時の出力例の一部分が Table 3 に示されている。 $\eta = 1$ は実際に前震だった場合で、 $\eta = 0$ はその他の群れだったことを示す。Table 3 中の $\bar{Q}_{c|\#c}$ は確率予測を評価する AIC 差に関係する量であるが、後で述べる。

予測された確率値 $p_{c|n}$ の範囲はおおよそ 0%~30% で全体の平均値は 7.3% であるが、予測値に対する実際の結果の出現率を見るために分割表 (Table 4) を作ってみた。「MBC/MBC」は 1975 年まで MBC の群れを使って推定した予測モデルによって 1976 年以後の MBC の群れに予測を適用したことを示すもので、「MBC/SLC」は 1976 年以後には SLC の群れに適用したことを示す。ここでは SLC/SLC または MBC/SLC が現実的である。何故なら、現在進行中の地震活動を予測するときには、本震が定まっていないので MBC 法では群れを決められないのに対して、SLC 法は距離だけに基づいており現在までの時点で群れを決めることができるからである。

Table 2. ロジットモデルの多項式の推定係数。

Data	$l=m=n$	$\mu_0 + a_{0,0,0}$	b_l	c_m	d_n
MBC 1926~93	1	0.593248D+1	-0.222022D+2	-0.306988D+1	0.904232D-1
	2	—	0.428023D+2	0.966391D+1	-0.203640D+0
	3	—	-0.271610D+2	-0.781430D+1	0.972606D-1
SLC 1926~93	1	0.801826D+1	-0.332455D+2	-0.149019D+1	-0.364279D+0
	2	—	0.627744D+2	0.280523D+1	0.327791D+0
	3	—	-0.376632D+2	-0.218982D+1	-0.430189D-1
MBC 1926~75	1	0.314097D+1	-0.259677D+1	-0.750297D-1	0.396293D+0
	3	—	—	—	—
SLC 1926~75	1	0.990471D+1	-0.340986D+2	-0.132712D+2	-0.147287D+1
	2	—	0.648457D+2	0.310108D+2	0.125841D+1
	3	—	-0.393137D+2	-0.222249D+2	-0.239448D+0

Table 3. 確率予測とその評価の出力例. 平均 $\bar{p}_{c|n}$ でなく各 n ごとに $p_{c|n}$ を確率予測として考えるときは評価として $Q_{c|n}$ や $\sum_c Q_{c|n}$ を使えば良い (本文参照).

No	#c	η_c	$\bar{p}_{c n\#c}$	$\bar{Q}_{c n\#c}$	$\sum \bar{Q}_{c n\#c}$	$p_{c 2}$	$p_{c 3}$	$p_{c 4}$	$p_{c 5}$	$p_{c 6}$	...
1	2	0	4.0%	0.041	0.041	4.0%					
2	4	0	7.0%	0.009	0.050	10.6%	6.0%	4.5%			
3	3	0	9.0%	-0.012	0.038	9.0%	8.9%				
4	2	0	2.5%	0.057	0.095	2.5%					
5	6	0	3.4%	0.048	0.143	1.4%	3.0%	3.9%	3.8%	4.7%	
6	5	0	4.6%	0.035	0.178	9.1%	3.3%	3.0%	3.0%		
7	2	0	8.4%	-0.007	0.171	8.4%					
8	3	1	10.0%	0.241	0.419	15.0%	5.0%				
9	3	0	8.5%	-0.007	0.412	8.5%					
10	2	0	3.3%	0.048	0.460	3.3%					
11	3	0	5.3%	0.027	0.487	5.2%	5.4%				
12	3	0	11.1%	-0.036	0.451	13.4%	8.8%				
13	2	1	10.9%	0.329	0.780	10.9%					
14	2	0	5.2%	0.028	0.808	5.2%					
15	2	0	3.9%	0.042	0.850	3.9%					
...											
796	4	0	2.9%	0.052	24.330	2.4%	2.0%	4.3%			
797	2	0	4.1%	0.040	24.370	4.1%					
798	2	0	7.3%	0.005	24.375	7.3%					
799	2	0	11.4%	-0.035	24.340	11.4%					

Table 4. クロス表による確率予測評価.

MBC/MBC (出来過ぎ)					MBC/SLC (現実的)				
予測確率 (%)	0~5	5~10	10~	計	予測確率 (%)	0~5	5~10	10~	計
前震タイプ	6	23	21	50	前震タイプ	10	21	18	49
その他のタイプ	406	267	76	749	その他のタイプ	215	282	129	626
計	412	290	97	799	計	225	303	147	675
出現率 (%)	1.5	7.9	21.6	6.3	出現率 (%)	4.4	6.9	12.2	7.3

ここでは詳しく述べられないが, SLC/SLC では良い結果が得られなかった. その理由としては次のようなことが考えられる. すなわち 1975 年以前では特に海域で M4 クラスの地震の検知率が低いため, 沖合いでは捕捉されない地震があり, このために SLC 法による群れの生成にあたって欠測地震がある為そこでリンクが妨げられる場合が多く, 結果として実際の群れと違うものができることが考えられる. 日本付近では沖合いの地震が大勢を占めており, 検出率が十分な 1976 年以降の群れパターンとかなり異なった構造を持っているため, 予測の成果が悪く出たと考えられる. これに対して MBC 法は群れが本震のマグニチュードによって定められるので, 群れの中の地震に欠測があっても, 群れそのものの同定には響かないと考えられる.

Table 4 からみて, 前半が MBC 後半が SLC (MBC/SLC) と, 群れ構成アルゴリズムが異なっている, それぞれ実際の群れに近い満足な結果が得られたことが分かる. Table 4 で MBC/MBC の結果が「出来過ぎ」なのは, 事後に判明する本震によって決まる群れの性質の情報を「予測」に使っているからである.

7. 確率予測結果の AIC による評価

群れ c についての予測確率を P_c として, $\eta_c = 1$ は事象が実際に生じたこと, $\eta_c = 0$ は事象が生じなかったことを表わすとき, 確率予測の評価の仕方は Table 4 の様な分割表を作る事など様々あるが, 直接的な評価法として代表的なのは 1950 年代から降雨の確率予報に使われているブライヤー・スコア (Brier (1950)) である. これは 2 乗和

$$B = \sum_{c \in C} (\eta_c - P_c)^2$$

で定義され, これが小さいほど良い評価であると考えられている. しかし, これは地震の発生確率のように小さい確率値についての予測の評価規準には向いていない. 今の場合, 二項確率分布モデルに基づいて, 統計モデルの良さを比較する AIC の考え方の基本である, AIC 差

$$\Delta AIC = (-2) \log \prod_{c \in C} \left(\frac{P_c}{P_0} \right)^{\eta_c} \left(\frac{1 - P_c}{1 - P_0} \right)^{1 - \eta_c}$$

を考えるのが自然で, これが小さければ小さいほど, より良い確率予測と考えるのである (e.g., 尾形 (1983)). ここで, P_0 は基準のモデルであり, 例えば Table 1 の 1975 年までの MBC 法による群れのデータの前震頻度の値 (ここでは 7.3%) による予測のことである. この AIC 差が負ならば予測方式 P_c は意味があると考えられる. さらに, 他の予測方式が考えられて, これがもっと小さな ΔAIC 値になれば, その予測方式は P_c より優れているものと考えられる.

Table 3 の $\hat{Q}_{c\#c}$ は AIC 差 $(-2) \sum_c \hat{Q}_{c\#c}$ を計算するにあたって, 一つ一つの群れ c についての予測に対する評価

$$Q_{c|n} = \eta_c \log \frac{p_{c|n}}{p_0} + (1 - \eta_c) \log \frac{1 - p_{c|n}}{1 - p_0}$$

であり, これが正のとき P_0 より予測がよい結果であることを示す.

8. 最初の地震についての前震予測

最初の地震が起きた時点でも, それが前震である確率を予測することができる. ただし, このためには群れだけでなく単発の地震もデータに含めなければならない. Table 1 によると MBC 法と SLC 法によるデータでは, 単発の地震数も単発の前震の割合も互いに大きく異なっている. SLC の前震型の群れの相対頻度は 4% 弱であるが, MBC 法の方は 7% 強である. この違いの原因はそれぞれの方法で作った孤立単独地震の数が大きく違うことにある. しかし, 経験的・直感的には SLC 法の方が実際に合っている. MBC 法はウィンドー内に入っていれば孤立地震を含めて丸ごと群れに取り込むので, 後に残る単発の地震が大変少なくなる.

実際には, 前震の群れの相対頻度には地域性が見られる. 孤立地震と群れの最初の地震の震央位置に関するデータにロジットモデルを当てはめ, 客観的ベイズ型平滑法で求めた推定確率の地域性は Fig. 5 に示されている. この図の示すところは Mogi (1963) による前震の地域性を示す図とはまったく考え方が違うことに注意する. Mogi (1963) は本震が前震を持つ確率の地域性を調べているが, ここでは任意の (先頭の) 地震が前震である確率の地域性を見ているのである. かくして, 1975 年前までのデータに基づいた地域性の確率で 1976 年以後の SLC データに対して予測を行ったところ, 前節の AIC 差の評価によると, 全国均一の頻度に基づく確率予測よりも有効であることが示された (Ogata et al. (1996) 参照).

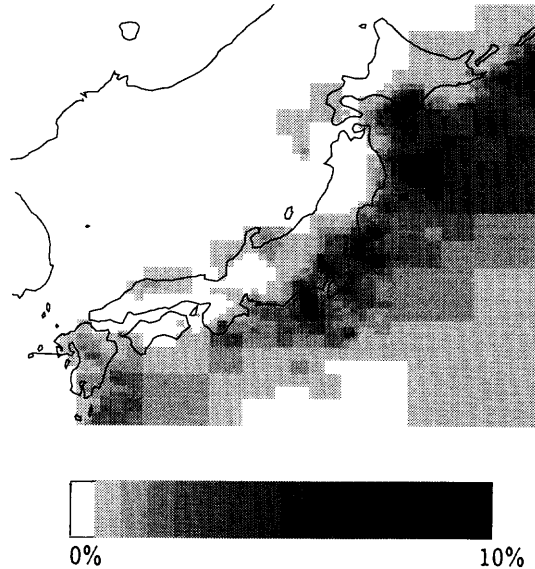


Fig. 5. 最初の地震が前震である推定確率.

9. 複数の予測 (Multiple Prediction Formula) に基づく確率予測の応用例

群れの先頭の地震の位置に関する情報 (地域性) と群れの中の地震間に関する情報 (集中度など) を使えば, それぞれ単独に行う予測より優れた確率予測が出来るに違いないと考える. そこでこれらの2つの条件つき確率を組み合わせた予測を考えてみよう. 以下の記号を定義する.

- P_F : 前震タイプの群れの相対頻度に基づく確率予測 (Table 1)
- P_x : 群れの最初の地震の位置に基づく確率予測 (地域性)
- P_c : 群れの中の地震間の集中度・マグニチュード増減の統計的性質に基づく確率予測

x と c が互いに独立事象であることを仮定できれば, 以上の確率から, 付録 A.1 節の (A.1) 式にある Multiple Prediction Formula (宇津 (1977, 1979)) を使って, 複合予測 $P_{x,c}$ が以下のようになれる.

$$P_{x,c} = [1 + (P_x^{-1} - 1)(P_c^{-1} - 1)/(P_F^{-1} - 1)]^{-1}$$

これは **logit model** の表現では

$$\begin{aligned} \text{logit } P_{x,c} &= \text{logit } P_x + \text{logit } P_c - \text{logit } P_F \\ &= \sum_k a_k 1_{\Delta_k}(x_i^c, y_i^c) + \{\mu_0 + \mathcal{M}cf_{\theta}(\tau_{ij}^c, \rho_{ij}^c, \gamma_{ij}^c)\} - 2.72 \end{aligned}$$

となる (付録 A.2 節参照). ここで μ_0 と $\mathcal{M}cf_{\theta}(\cdot)$ は 6 節で定義されたものと同じで, 第一項は Fig. 5 で示している grey scale 画像 p_k の分割領域 Δ_k 上の係数 $a_k = \log(p_k^{-1} - 1)$ を表わしたものである. 前に述べた理由によって, 1975 年までのデータについて, 地域性確率予測の第一項は SLC データ, 群れの中の性質による確率予測の第二項は MBC データを用いた, この複合予測式を使って 1976 年からの SLC について予測 (SLC*MBC/SLC) を実行した結果の分割表は Table 5 に示されている.

Table 5. 複合確率予測評価のクロス表.

SLC*MBC/SLC				
予測確率(%)	0~5	5~10	10~	計
前震タイプ	10	11	28	49
その他のタイプ	228	219	179	626
計	238	230	207	675
出現率(%)	4.2	4.8	13.5	7.3

Table 6. AIC による確率予測の評価.

評価法	MBC/MBC	MBC/SLC	SLC*MBC/SLC
Table 5 の AIC 差	-45.2	-3.66	-12.0
ΔAIC	-48.7	-10.3	-33.8

Table 6 の第一行は、これまでに示した分割表の従属度を「独立性仮説」との AIC 比較で計ったもの (Sakamoto and Akaike (1978)) である。この場合、負値であれば従属性モデルが良く、予測が意味を持っていることを示している。値が小さければ小さいほど従属性が強いことを示している。MBC/MBC (推定/予測) は評価があまりに良く、出来すぎである理由は前節で述べた通りである。現実的な MBC/SLC も悪くないが SLC*MBC/SLC は更に良くなっていることが分かる。同じ Table 6 の第二行は、クロスをとらない直接的な評価をみた AIC 差 (ΔAIC) であるが、この数値は Table 5 の評価と同じ事を示している。

10. おわりに — 統計的地震予測研究の展望

本稿で示した前震の確率予測式は、予測確率の幅の広さや的中率という点から見るなら未だ十分なものとは言い難い。使っている情報も震源データに限られており、他にも地震動波形の相似性など前震の識別に有望なものを取り込み、複合予測によって改善をする余地がある。しかしながら一方、本稿で示した確率予測とその評価の方法は一般的なものであり、ここでの前震識別予測は統計的地震予知研究の方向性 (尾形 (1998)) とその可能性を示す典型例となるものである。

地震動の波形、震源データ、傾斜計・歪計・GPS などによる地殻変動データ、その他の地震予測に関連する諸データが日々刻々蓄積され、データの内包する情報量は急激に増大している。さらに、一層稠密な観測地点を設けより精密な地震要素の推定や関連する地球物理的現象の観測が提案されている。精密な多くの関連情報を集めること、これが科学的研究の基本であることは確かである。しかし、地震発生現象が極めて多様で複雑な確率的性質を併せ持ち、決定論的・物理的なモデルのみで説明するのが現状では困難であることは、これまでの予知研究の示すところである。また、どのように地震発生に至る地殻の物理的素過程が明らかになったとしても、来るべき地震の時期、場所や大きさが決定論的に予知できるということは考えづらい。可視化の困難な地殻内部の複雑な系の一現象である地震発生の現実的な予知は確率予測とならざるをえないし、予知研究の進展は結局その確率予測の性能の向上として評価されなければならない。本稿では、これを二項分布の AIC 差で測ることを提案している。

歪みの蓄積に伴う地震の発生準備過程や地震活動による地殻における応力の再配分などの素過程の研究の発展段階に見合った物理的モデルや未解明の異常現象などを如何に確率的予測に結びつけるか、これらとデータを結び付ける統計的モデル構成を押し進める必要がある。とくに、これまで経験的に問題とされてきた地震活動の静穏化、空白域、地震活動活発化、その他の異常現象と大地震発生の時空間的な関係の統計的吟味を確率的予測の観点から評価する必要がある。ここで、前兆（前駆）現象と異常現象は明確に使い分ける必要がある。前者は既に大地震が起きてしまったからの概念であり、後者は「前兆かもしれない（異常）現象」で、これが前兆である確率が問題となる。「前震」は本震が起きてから認定されるもので明らかに前者の概念であり、本稿では「前震かもしれない」地震群の集中度やマグニチュード列の増減の関数として前震の確率予測に結びつけた統計モデルが、ある程度に成功していることを示した。

実際には異常現象の識別そのものも簡単でない場合が多く、たとえば微小地震のコーダ波の減衰係数の変化、空中電磁気や地電流の変化、井戸の水位や地下水の化学成分量変化などの正常な変動がどのようなものなのかを先ず調べなければならない。つまり、その変動が平時どのように他の物理的・化学的変量で説明されるものなのか、これまでの定性的な研究成果にのっとり、統計的入出力システムのモデルを構成しパラメタを調節し定量的な比較研究を進める必要がある。例えば応力変化などの各種測地学的データは気圧、降雨量、地球潮汐、海洋潮汐、地震余効変動などに関係しているが、応答の時間遅れ・サイズや非線形性などの量的関係は地域性・個性があり、観測システムごとに統計的にモデル化しパラメタの調節（推定）をしなければならない。その上で、これらによって説明できない観測時系列の残差などの異常変化が顕著になり、残差時系列と地震発生時系列の相関性を検証することになるだろう。

これまでの予知研究からみて、前兆として常に高い確率を有する異常現象は認められていない。前震を伴う場合もあれば、そうでない場合もある。静穏化がみられたからといって、必ず大地震が起きるとは限らない。他の如何なる前兆候補も見られたり見られなかったり、そのあとに大地震が起きたり起きなかったりである。しかし、複数の独立な異常現象の確率予測を組み合わせると、一つ一つの異常現象に伴う予測確率の増加幅が小さくても、予測確率を高くすることができる複合予測公式が有望である。本稿では、この公式の一般化としてのロジットモデルとの関係を明らかにし、実際に適用例を示した。

謝 辞

査読者の有益なコメントに感謝します。

付録。複数の予測に基づく確率予測

A.1 Multiple Prediction Formula

ある地域に大地震が起きる確率を予測するのに最も単純なモデルは定常ポアソン過程である。その様な地震の発生率は過去の十分長い期間に何回起きたかによって、平均発生強度として推定される。平均発生強度の大小はその地域の活動度の高低を意味する。しかし、このモデルでは発生間隔は指数分布であり、このような大地震が何時起きるかについて過去の地震の発生歴は無関係であることを意味する。過去の大地震データがないとき、定常ポアソン過程モデルの平均発生強度を予測するためには中小地震のマグニチュード頻度分布によって推定する方法がある。Gutenberg-Richter の法則や地震のモーメント分布を修正した頻度分布（例えば Kagan (1997)）などに基づいて、その地域の大地震の平均発生強度を予測するのである。

より有用な予測のためには異常現象や関連事象を探し、それに基づく条件付き確率を見積も

ることである。具体的には以下ようになる。事象 M をマグニチュード M 以上の地震が起きる事象とし、定常ポアソン過程を仮定して、一定期間内にこれが発生する確率 $P(M)$ が計算できる。これに対して $\{A_n, n=1, 2, \dots, N\}$ を各種異常現象や、その他何でも事象 M を予測するのに有用な情報であるとする。これらの情報の発生から地震発生までの期間の長さは様々であり、その程度によって長期、中期、短期そして直前予知と呼ばれている。例えば長期的には固有地震説に則るなら最後に発生した地震の時期とその規模(マグニチュードや滑り量)などであり、直前予知の対象としては「前震」があげられる。

異常現象 A は、それによって地震の発生確率 $P(M|A)$ が上の確率 $P(M)$ よりもずっと大きくなれば前兆現象として有効といえる。 $P(M|A)/P(M)$ は確率利得(probability gain)と呼ばれ、この大きさに異常情報の前兆としての有効性を測る事ができる。しかし、これまでの経験によれば、多くの場合異常現象は前兆と言うよりはノイズであり、確率利得はそれ程小さくなく、単独項目の観測値異常では実用にならないのが通例である。しかし宇津(1977, 1979)は、複数項目観測に異常が観測される場合には、これらの異常事象が相互に独立であるならば、十分な実用性がありうることを示した。ただし、異常項目1と異常項目2が独立であるとは、ある地震の前に項目2が現れる確率は項目1に前兆異常が現れるか否かには無関係であるという意味である。

さてここでは Aki (1981) の記述によって予測確率の計算をしてみよう。まずベイズの定理によって、複数の異常項目のもとでの地震発生の条件付き確率に関して、以下の関係式が導かれる。

$$\begin{aligned} P\left(M \middle| \bigcap_{n=1}^N A_n\right) &= \frac{P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M) P(M)}{P(\bigcap_{n=1}^N A_n)} \\ &= \frac{P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M) P(M)}{P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M) P(M) + P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M^c) P(M^c)} \\ &= \frac{1}{1 + \{P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M^c) P(M^c)\} / \{P(\bigcap_{n=1}^N A_n | M) P(M)\}} \end{aligned}$$

ここで M^c は M の余事象(M が起きないこと)を意味する。仮定によって異常事象 $\{A_n, n=1, 2, \dots, N\}$ が相互に独立であるから

$$\begin{aligned} P\left(\bigcap_{n=1}^N A_n | M\right) &= \prod_{n=1}^N P(A_n | M) \\ P\left(\bigcap_{n=1}^N A_n | M^c\right) &= \prod_{n=1}^N P(A_n | M^c) \end{aligned}$$

を得る。さらに単なる条件付き確率の計算によって、すべての異常項目 n にたいして得られる関係式

$$\frac{P(A_n | M^c)}{P(A_n | M)} = \frac{P(A_n \cap M^c) P(M)}{P(A_n \cap M) P(M^c)} = \frac{P(M^c | A_n) P(M)}{P(M | A_n) P(M^c)}$$

を使って最終的に

$$(A.1) \quad P\left(M \middle| \bigcap_{n=1}^N A_n\right) = \left[1 + \prod_{n=1}^N \{P(M | A_n)^{-1} - 1\} / \{P(M)^{-1} - 1\}^{N-1}\right]^{-1}$$

を得る。ここで、もし $P(M | A_n)$ および $P(M | \bigcap_{n=1}^N A_n)$ が小さな確率のときには近似的に簡単な関係式

$$(A.2) \quad P\left(M \middle| \bigcap_{n=1}^N A_n\right) \approx P(M) \prod_{n=1}^N \frac{P(M|A_n)}{P(M)}$$

が導かれる。ここに $P(M|A_n)/P(M)$ はそれぞれの確率利得 (probability gain) であり、前兆情報 A_n によって予測確率が何倍増えるかを示す指標であり、一つ一つはそれ程大きくなくても結果的に積として可成り大きくなることもあることが分かる。

一方、確率利得が 1 より小さくなる場合もある。そのようなとき A_n は前兆情報とは言わないが、複数の、異常現象ではない一定の通常のパターンが続いているときは、(A.1) 式や以下に述べるロジットモデルによって適切に条件付き確率が推定されておれば、想定地震が差し迫って発生する確率がかなり小さくなるという「逆予知 (Anti-prediction)」をある程度保証するのは地震の確率的予測において重要な意味を担っている。

A2. ロジットモデルによる一般化

確率予測の式 (A.1) は各異常項目が互いに独立であると言う強い仮定のもとで導かれた。これが成り立っているのか否か、どのようにそれを確認するのか、が問題である。データが揃っておれば、これを統計モデルとして定式化すれば、AIC 比較によって判定することが出来る。確率予測のための統計的モデルの代表的なものの一つにロジットモデル (logit model) がある。ロジットモデルは二値データの (条件付き) 確率 P を記述するためにロジスティック変換 $P := 1/(1 + e^f)$ (すなわち $\text{logit } P := f = \log \{(1 - P)/P\}$) を考え確率の制約 ($0 \leq P \leq 1$) を無制約 ($-\infty < f < \infty$) にすることによって自由なモデル化が出来るという利点があり、特に尤度最大化の計算を無制約なパラメタ空間で行うことができるため、凡そどんなパラメタ化 (parameterization) でもうまくゆく。ロジスティック変換を使うと上記の複数の予測に基づく確率予測公式 (A.1) は線形な関係式

$$(A.3) \quad \text{logit } P\left(M \middle| \bigcap_{n=1}^N A_n\right) = \sum_{n=1}^N \text{logit } P(M|A_n) - (N-1) \text{logit } P(M)$$

に他ならない。そこで、もし独立でない各観測項目がありそうなきを考慮して、(A.3) 式を超えて一般的な関係式が考えられる。たとえば

$$\begin{aligned} \text{logit } P\left(M \middle| \bigcap_{n=1}^N A_n\right) &= f_{A_1, \dots, A_N}(x_1, \dots, x_N) \\ &= \sum_{n=1}^N f_{A_n}(x_n) + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N f_{A_m}(x_m) f_{A_n}(x_n) + \dots \end{aligned}$$

のように観測項目の従属性 (交互作用) をモデル化したデータの適当な関数としてパラメタ化するのである (Ogata et al. (1996)).

さて、異常現象 A_n^i , $n = 1, \dots, N$ は想定している地震 M_i の前兆候補であるとする。確率予測 $P_i = P(M_i | \bigcap_{n=1}^N A_n^i)$ をこれらの先行する異常現象に基づいて行う。想定していた地震が実際に発生したとき $\xi_i = 1$, さもないければ $\xi_i = 0$ という二値確率変数を考える。この様なデータ $\{\xi_i; 1, \dots, I\}$ が与えられたとき尤度関数は

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^I P_i^{\xi_i} (1 - P_i)^{1 - \xi_i}$$

となり、これによって AIC も計算できる。したがって、もし AIC 比較によって上記のロジスティック変換の式の第一項 (線形和) だけで良いと判断されたなら、これは各観測項目が互いに独立ということを示唆している (たとえば Ogata et al. (1996) 参照)。さもないければ交互作用のある観測項目のモデル化を非線形なロジスティックモデルによって展開することができる。

最後に、実際の一般化について述べたい。点過程モデルに於いて複数の異常現象にもとづくような発生強度関数は、離散化された時間区間長が極めて微小なので、局所的には地震の(無条件ないし条件付き)発生確率が極めて小さい。そこで近似式 (A.2) が適用でき、発生強度関数につながる関係式

$$\lambda_{M|\cap_{n=1}^N A_n}(t) dt = g_M(t) dt \prod_{n=1}^N \frac{g_{M|A_n}(t - \tau_{A_n})}{g_M(t)}$$

が得られる。ここで、 τ_{A_n} は異常現象の発生時刻であり、それぞれの応答関数 $g_{M|A_n}$; $n = 1, 2, \dots, N$ の形に従い時間経過と共に確率利得が変動しているが、この方が实际的であり、この関数の推定も重要であろう。 $g_M(t)$ 自身も自己の発生履歴に従って変動しても良いようなモデルも考えて良い。

参 考 文 献

- Aki, K. (1981). A probabilistic synthesis of precursory phenomena, *Earthquake Prediction: An International Review* (eds. D.W. Simpson and P. G. Richards), 566-574, A. G. U., Washington, D.C.
- Brier, G. W. (1950). Verification of forecasts expressed in terms of probability, *Monthly Weather Review*, **78**, 1-3.
- Frohlich, C. and Davis, S. D. (1990). Single-link cluster analysis as a method to evaluate spatial and temporal properties of earthquake catalogs, *Geophysical Journal International*, **100**, 19-32.
- Kagan, Y. Y. (1997). Seismic moment-frequency relation for shallow earthquakes: Regional comparison, *Journal of Geophysical Research*, **102**, 2835-2852.
- Mogi, K. (1963). Some discussions on aftershocks, foreshocks and earthquake swarms — The fracture of a semi finite body caused by an inner stress origin and its relation to the earthquake phenomena, *Bulletin of Earthquake Research Institute*, **41**, 615-658.
- Ogata, Y. (1983). Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure, *Journal of Physics of the Earth*, **31**, 115-124.
- 尾形良彦 (1983). 降雨確率予報のエントロピーに基づく検証法, Research Memo., No. 267, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
- 尾形良彦 (1998). 統計的地震予測の組織的研究, 新地震予知研究, 月刊地球, 号外 No. 20, 132-135.
- Ogata, Y. and Katsura, K. (1991). Maximum likelihood estimates of the fractal dimension for random spatial patterns, *Biometrika*, **78**, 463-474.
- Ogata, Y., Utsu, T. and Katsura, K. (1995). Statistical features of foreshocks in comparison with other earthquake clusters, *Geophysical Journal International*, **121**, 233-254.
- Ogata, Y., Utsu, T. and Katsura, K. (1996). Statistical discrimination of foreshocks from other earthquake clusters, *Geophysical Journal International*, **127**, 17-30.
- Sakamoto, Y. and Akaike, H. (1978). Analysis of cross classified data by AIC, *Ann. Inst. Statist. Math.*, **30**, 185-197.
- Stoyan, D. and Stoyan, H. (1994). *Fractals, Random Shapes and Point Fields — Methods of Geometrical Statistics*, Wiley, Chichester.
- 宇津徳治 (1957). 地震のマグニチュードと余震の起こり方, 地震第2輯, **10**, 35-45.
- Utsu, T. (1969). Aftershocks and earthquake statistics (I): Some parameters which characterize an aftershock sequence and their interrelations, *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido Univ., Series VII (Geophysics)*, **3**, 129-195.
- 宇津徳治 (1977). 地震予知的中率と予知率, 地震第2輯, **30**, 179-183.
- 宇津徳治 (1979). 地震予知的中率と予知率の計算 (伊豆大島近海地震を例として), 地震予知連絡会会報, **21**, 164-166.

Real Time Statistical Discrimination of Foreshocks from Other Earthquake Clusters

Yosihiko Ogata and Tokuji Utsu

(The Institute of Statistical Mathematics)

This paper reviews our papers (Ogata et al., 1995, *Geophysical Journal International*, **121**, 233-254; 1996, *Geophysical Journal International*, **127**, 17-30). When earthquake activity begins at some place, it may be a foreshock sequence of a larger earthquake, or it may be a swarm or a simple mainshock-aftershock sequence. This paper is concerned with the conditional probability that it will be foreshock activity of a later larger earthquake, depending on the occurrence pattern of some early events in the sequence. The earthquake catalogue of the Japan Meteorological Agency (1926~1993, $M_j \geq 4$) is decomposed into numbers of clusters in time and space to compare statistical features of foreshocks with those of swarms and aftershocks. Using such a data set, we reveal some discriminating features of foreshocks relative to the other type of clusters, for example the events' stronger proximity in time and space, and a tendency towards chronologically increasing magnitudes, which encouraged us to construct models which forecast the probability of the earthquakes being foreshocks. Specifically, the probability is a function of the history of magnitude differences, spans between origin times and distances between epicentres within a cluster. For an illustrative implementation, the models were fitted to the early part of the data (1926~1975) and the validity of the forecasting procedure were checked on data from the later period (1976~1993). Two procedures for evaluating the performance of probability forecast are suggested. Further, in the very beginning of an activity where only a single event is available (i.e., either it is the first event in a cluster or a single isolated event), we also forecast the probability of the event being a foreshock as a function of its geographic location. Then, the validation of the forecast is demonstrated in a similar manner. Finally, making use of the multi-elements prediction formula, we see that the forecasting performance is enhanced by the joint use of the information in the location of the first event, and that in the subsequent inter-event history in the cluster.